

Fritz Nestle

Konstruktion korrekturfreundlicher Aufgaben

Bericht über den Workshop

GDM-Tagung 2004 in Augsburg

5.3.2004

Seiten, die durch den Verlauf des Workshops geändert oder ergänzt wurden, haben bei der Kopfzeile einen grünstichigen Hintergrund.

Ungeänderte Seiten, haben bei der Kopfzeile einen graublauen Hintergrund

Konstruktion korrekturfreundlicher Aufgaben

Rund

60 000 000

Klassenarbeiten korrigieren deutsche Mathematiklehrer jedes Jahr. Sie wenden dafür rund

5 Millionen Stunden

jährlich auf. Es kostet unsere Volkswirtschaft jährlich rund

200 Millionen €,

dass die heutigen Möglichkeiten der Informationsverarbeitung praktisch nicht genutzt werden.

Wie lang können wir uns diesen Luxus noch leisten?

www.bildungsstandards.de

zeigt Wege zu einer neuen Lernkultur.

Fritz Nestle

Konstruktion korrekturfreundlicher Aufgaben

Die Ankündigung

Fritz Nestle, Ulm (vormals Pädagogische Hochschule)

Konstruktion korrekturgünstiger Aufgaben

Rund 10 % seiner Arbeitszeit widmet der Mathematiklehrer der Lernerfolgskontrolle mit Klassenarbeiten (in Bayern: Schulaufgaben). Die Korrektur ist manchmal nervenaufreibend. Erfahrungen aus den Sechzigerjahren in großen Klassen (über 50 Schüler) können Zeit sparen und Nerven schonen.

Nach einer kurzen Einführung wählen wir nach Wunsch der Teilnehmer Themen zwischen Klasse 2 und Klasse 13, für die wir eine zielgerichtete und korrekturgünstige Lernerfolgskontrolle entwickeln, die wir schon ab der 2. Märzwoche in der entsprechenden Klasse ausprobieren können. Bringen Sie, wenn es geht, ein Notebook mit."

Konstruktion korrekturfreundlicher Aufgaben

Um den Aufwand für die Korrekturaufgaben bewußt zu machen, wurden die Teilnehmer befragt, wie viel Zeit sie für die Korrektur einer Klassenarbeit für den einzelnen Schüler aufwenden.

Bei der Betrachtung der Angaben muß man berücksichtigen, daß der Zeitaufwand wesentlich von der Klassenstufe abhängt.

weniger als 1 Minute	0	
1 bis 2 Minuten	1	Grundschule
2 bis 5 Minuten	2	
5 bis 10 Minuten	10	
10 bis 15 Minuten	10	
15 bis 20 Minuten	14	
mehr als 20 Minuten	2	Oberstufe Gymnasium

Konstruktion korrekturfreundlicher Aufgaben

Um den Aufwand für die Korrekturaufgaben bewußt zu machen, wurden die Teilnehmer befragt, wie viel Zeit sie für die Korrektur einer Klassenarbeit für den einzelnen Schüler aufwenden.

Bei der Betrachtung der Angaben muß man berücksichtigen, daß der Zeitaufwand wesentlich von der Klassenstufe abhängt.

weniger als 1 Minute	0	
1 bis 2 Minuten	1	Grundschule
2 bis 5 Minuten	2	
5 bis 10 Minuten	10	
10 bis 15 Minuten	10	
15 bis 20 Minuten	14	
mehr als 20 Minuten	2	Oberstufe Gymnasium

Es handelt sich um rund

60 000 Einzelvorgänge

im Lauf eines Lehrerlebens

(40 Schuljahre, 50 Klassenarbeiten pro Schuljahr, 30 Schüler pro Klassenarbeit)

Wenn es gelänge, nur 1 Minute pro Schülerarbeit einzusparen, so würde sich das also auf 1000 Stunden im Lauf eines Lehrerlebens summieren.

Beispiel 1

Die folgenden Aufgaben erschienen den Teilnehmern auch heute noch als Klassenarbeit denkbar:

Beispiel einer klassischen Klassenarbeit

(**5. Schuljahr** 1970/71; Großstadtklasse, Hauptschule; 19.11.1970)

- 1.) Schreibe in römischen Ziffern 936, 1 312, 989!
- 2.) Schreibe in arabischen Ziffern MCDLXXIV, MCCXLI!
- 3.) Addiere 2 654 und 1 346! Multipliziere dann die Summe mit 1 000!
- 4.) Bauer Mäckler verkauft ein Rind zu 1 678 DM und acht Ferkel zu je 67 DM. Vom Erlös kauft er einen Häcksler. 136 DM behält er übrig. Was kostet die Maschine?
- 5.) Ein Händler kauft zwei teure und drei billige Fahrräder für zusammen 694 DM. Was kostet eines der billigen Fahrräder, wenn ein teures Fahrrad 158 DM kostet?

Siehe auch

www.ph-ludwigsburg.de/mathematik/personal/nestle/alternativen/kap1.htm#16

Wie wird die Bearbeitung durch einen Schüler aussehen?

Konstruktion korrekturfreundlicher Aufgaben

13.12.20

Ma. 4 (Ba.)

D Schreibe in Röm. Ziffern

1.)

$$936 = CMXXXVI$$

$$1312 = ~~M~~ CCCXII$$

$$389 = CXXXLXXXIX$$

2.)

Schreibe in arabischen Ziffern

$$MCDLXXIV = 1586$$

$$MCCXLI = 1241$$

3.)

$$\begin{array}{r} 2654 \quad \text{Ergebnis: Das ist 4000} \\ + 1346 \quad \text{Teil ist 4000} \\ \hline 4000 \end{array}$$

4.)

$$\begin{array}{r} \text{Er verkauft 1 Liter zu } 1678 \text{ DM} \\ \text{und 8 Ferkel zu je 5 DM} \\ \hline \hline 2214 \text{ DM} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2214 \text{ DM} \\ \text{Er hat } 2214 \text{ DM} \\ \text{536} \\ \hline 1678 \text{ DM} \\ \hline 2078 \text{ DM} \end{array}$$

Ergebnis: er muß ^{moch} beachten
2078 DM

Konstruktion korrekturfreundlicher Aufgaben

13.12.20

Mat. 4 (Rn.)

B) Schreibe in Römischen Ziffern

1.)

$$936 = CMXXXVI$$

$$1312 = ~~M~~ CCCXII$$

$$589 = ~~CX~~ LXXXIX$$

2.)

Schreibe in arabischen Ziffern

$$MCDLXXIV = 1586$$

$$MCCXLI = 1261$$

3.)

$$\begin{array}{r} 2654 \\ + 1346 \\ \hline 4000 \end{array}$$

Ergebnis: Das 1000er
Teil ist 4000

4.)

Er verkauft 4 Rindvieh zu
und 8 Ferkel zu je 5 DM

$$\begin{array}{r} 1678 \text{ DM} \\ + 40 \text{ DM} \\ \hline 1718 \text{ DM} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 678 \\ + 2214 \text{ DM} \\ \hline 2892 \text{ DM} \\ - 1020 \\ \hline 1872 \text{ DM} \\ + 106 \text{ DM} \\ \hline 1978 \text{ DM} \end{array}$$

Er hat 1978 DM
Ergebnis: er muß noch beachten
1978 DM

Was sollen wir bewerten?

Konstruktion korrekturfreundlicher Aufgaben

5.)

5 Fahrräder zu je	694 DM
1 gutes Fahrrad kostet	158 DM
2 gute Fahrräder kosten	315 DM
1 schlechteres kostet	2 DM

$$315 \text{ DM} : 3 = 105 \text{ DM}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline 3 \cdot 15 \\ \hline 45 \\ \hline 44 \\ \hline \end{array}$$

Ergebnis: 1 schlechteres Rad
kostet 105 DM

Konstruktion korrekturfreundlicher Aufgaben

5,

5 Fahrräder zu je	694 DM
1 gutes Fahrrad kostet	158 DM
2 gute Fahrräder kosten	315 DM
1 schlechteres kostet	2 DM

$$378 \text{ DM} : 3 = 126 \text{ DM}$$

$$315 \text{ DM} : 3 = 105 \text{ DM}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline 4 \overline{) 15} \\ \underline{12} \\ 15 \\ \underline{12} \\ 44 \end{array}$$

Ergebnis: 1 schlechteres Rad
kostet 105 DM.

Was sollen
wir bewerten?

Was sollen wir bewerten?

Orthographie

Sachtext

Zahlenrechnung

Richtiger Ansatz, unvollständige Rechnung:

Übersichtliche Darstellung

...

Farkel, Fahrräder, ...

5 Fahrräder zu je 694 DM, ...

$694 - 316 = 315, \dots$

Der 1000 sten Teil ist ...

Wie zu erwarten war, gehen hier die Meinungen auseinander, insbesondere bei den Schreibfehlern und falschen Zahlenrechnungen bei richtigem Ansatz

Ansätze für Korrekturfreundlichkeit (und diagnostische Hinweise):

Vorgabe des Layouts („prova preplanejada“)

Siehe dazu [Seite 15](#); an die Verwendung von Klassenarbeitsheften konnte sich niemand mehr erinnern; vorstrukturierte Antwortbogen werden vielfältig verwendet, insbesondere im Bereich der Algebra.

Trennung der Anforderungen in

Gedächtnisleistungen

Formelauswahl

Zahlenrechnungen

Übersetzungsprobleme

Textanalyse

...

Formeln, Regeln, Sätze, ...

aus Formelsammlung ?

Grundrechnungsarten, Termberechnung, ...

Text --> Term

Überlegungen zur Trennung der Anforderungen und damit zur getrennten Überprüfung von Teilkompetenzen blieben das zentrale Thema für den Rest des Workshops.

Siehe insbesondere [Seite 23](#)

Klassische Formulierung

- 1.) Schreibe in römischen Ziffern 936, 1 312, 989!
- 2.) Schreibe in arabischen Ziffern MCDLXXIV, MCCXLI!

Beispiel 1: Alternative 1 zu den Aufgaben 1 und 2

...

Wie schreibt man die Zahl MCDLXXIV mit arabischen Ziffern:

- a) 1676
- b) 1434
- c) 1134
- d) 1474

Kreuze an!

Primitiv, hoher Platzbedarf

Aufgaben dieser Art wurden zunächst weitgehend abgelehnt; der Hinweis auf Aufgabe 14 der „Bildungsstandards im Fach Mathematik“ führte zu einer lebhaften Diskussion.

Konstruktion korrekturfreundlicher Aufgaben

Klassische Formulierung

1.) Schreibe in römischen Ziffern 936, 1 312, 989!

2.) Schreibe in arabischen Ziffern MCDLXXIV, MCCXLI!

Beispiel 1: Alternative 2 zu den Aufgaben 1 und 2

Ergänze die fehlende Schreibweise

arabisch	römisch
936	
1 312	
989	
	MCDLXXIV
	MCCXLI

Konstruktion korrekturfreundlicher Aufgaben

Klassische Formulierung

1.) Schreibe in römischen Ziffern 936, 1 312, 989!

2.) Schreibe in arabischen Ziffern MCDLXXIV, MCCXLI!

Beispiel 1: Alternative 3 zu den Aufgaben 1 und 2

Ergänze die fehlende Schreibweise

arabisch	936	1 312	989
römisch	MCDLXXIV	MCCXLI	

Platzbedarf am geringsten;

Tabellen mit Lücken wie hier finden große Akzeptanz.

Konstruktion korrekturfreundlicher Aufgaben

Praxis der Klassenarbeiten (Schulaufgaben)

Formal

Klassenarbeiten werden in ein Klassenarbeitsheft eingetragen	0
Klassenarbeiten werden auf lose Papierbogen geschrieben	offen
Klassenarbeiten werden auf vorstrukturiertem Blatt geschrieben	7
Aufgaben werden	
diktiert	0
an die Tafel geschrieben	0
auf Kopie ausgegeben	alle

...

Bei diesen Fragen konnten sich manche kaum vorstellen, dass anderwärts noch Aufgaben diktiert oder an die Tafel geschrieben werden.

Konstruktion korrekturfreundlicher Aufgaben

Praxis der Klassenarbeiten (Schulaufgaben)

Vorgehen

Rückgriff auf frühere Klassenarbeiten zum Thema	viel
Rückgriff auf Übungsaufgaben des Schulbuchs	eigenes wenig, fremde ja
Rückgriff auf Aufgabensammlungen	ja
Selbständige Konstruktion von Aufgaben	gelegentlich
Kooperation mit Kollegen der gleichen Stufe	ein Drittel

Eine wichtige Ergänzung durch die Anwesenden war der Hinweis auf das Projekt Smart der Uni Bayreuth:

<http://btmdx1.mat.uni-bayreuth.de/home/index.php?id=54de>

Es handelt sich dabei um eine Datenbank, die - nach Klassenstufen und Themen geordnet - einen Zugriff auf rund 1 900 Aufgaben (Stand 6.3.04) eröffnet.

Praxis der Klassenarbeiten (Schulaufgaben)

Gesichtspunkte bei der Zusammenstellung

Zeitaufwand für das Entwerfen (zum Teil erheblich) **mehr als 1 h**

Angemessenheit der Anforderungen

Aufgaben

gleicher Schwierigkeit -

Grundsätzlich werden in jede Klassenarbeit einfachere und schwierigere Aufgaben aufgenommen

verschiedener Schwierigkeitsstufen durchweg

offene Aufgaben kaum

Offene Aufgaben werden kaum gestellt

bewertungsfreundlich kaum

Dieser Aspekt gehört nicht zu den leitenden Gesichtspunkten

Zeitaufwand für Korrektur

Auch dieser Gesichtspunkt spielt bei fast allen Kollegen nur eine geringe Rolle

Nach diesen grundsätzlichen Überlegungen widmete sich der Workshop wieder einem konkreten Thema zu: Siehe [Seite 19](#)

Beispiel 2

Aufgabentyp, der seit 1986 mehrfach bei der „zentralen Klassenarbeit“ in Baden-Württemberg (Gymnasium) zu bearbeiten war und als **Aufgabenbeispiel 14 bei den KMK-“Standards“ aufgeführt ist:**

Man nehme

- **einen Zylinder**
- **einen Kegel**
- **Volumina**
- **Etwas Prozentrechnung**
- **einige Zahlenwerte mit 2 bis 3 geltenden Ziffern für Längen- und Volumangaben**

Zylinder und Kegel sowie Teilkörper, die durch Schnitt mit einer zur Grundfläche parallelen Ebene entstehen, werden geeignet zueinander in räumliche Beziehung gesetzt. Sofern möglich, beschreibe man die Beziehung anhand eines Objekts aus der Umwelt und lasse gegebenenfalls die Beziehung skizzieren. Dabei entstehen Teilvolumina. Ausgewählte Teilvolumina sollen absolut in einer passenden Maßeinheit oder prozentual in Bezug auf ein anderes Teilvolumen berechnet werden. Dazu kann man vorhandenes Wissen nehmen oder solches in einer Formelsammlung zur Verfügung stellen. Wer will, kann auch funktionale Abhängigkeiten zwischen Volumina und geeigneten Längenangaben ins Spiel bringen.

Man übergebe die Zusammenstellung auf einem Blatt Papier oder diktiere sie Schülern ins Heft und lasse letztere damit je nach Temperatur 15 bis 45 Minuten garen.

Beispiel 2

Repräsentant des Aufgabentyps der „zentralen Klassenarbeit“ in Baden-Württemberg (Gymnasium) im Nachtermin 2003:

Ein oben offener, zylinderförmiger Becher hat einen Innendurchmesser von 8,6 cm und eine Höhe von 11,7 cm. Es werden 440 cm^3 Wasser in den Becher gegossen.

a) Wie hoch steht das Wasser im Gefäß?
Zu wieviel Prozent ist es gefüllt?

b) Ein senkrechter Kreiskegel besitzt den Grundkreisradius 4,3 cm und die Höhe 11,7 cm. Er wird mit seiner Spitze senkrecht nach unten so weit in den Becher getaucht, bis die Spitze den Boden des Bechers berührt.
Läuft dabei Wasser über?

c) Der Kegel aus Teilaufgabe b) wird nun mit seiner Spitze senkrecht nach oben so weit in den Becher getaucht, dass der Kegel bis zu seiner halben Höhe von Wasser umgeben ist.
Um wie viel steigt dabei das Wasser im Becher an?

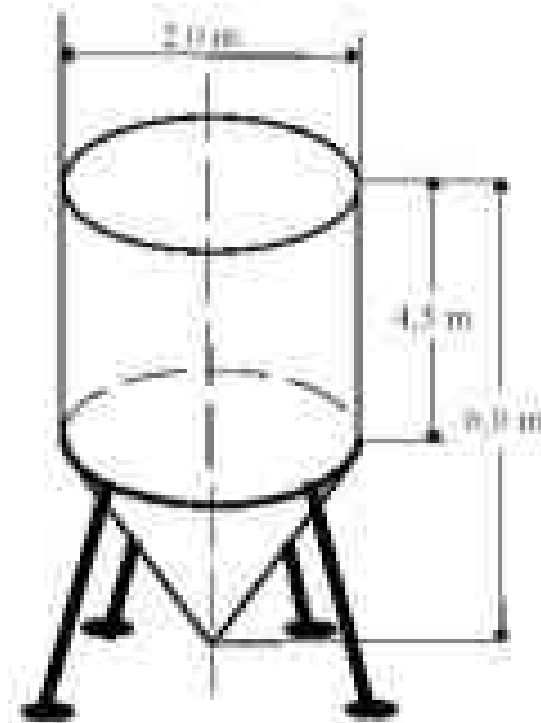
Beispiel 2

Repräsentant des Aufgabentyps in den 'Bildungs-“Standards“' im Fach Mathematik vom 4.12.2003, Teil 1:

(14) Wassertank

Aufgabenstellung

In der nebenstehenden Abbildung ist ein Wassertank dargestellt.
(Abbildung nicht maßstabsgerecht)



a) Überprüfen Sie das Gesamtvolumen des Tanks und kreuzen Sie an:

- | | | | |
|--------------------------|------------------|--------------------------|------------------|
| <input type="checkbox"/> | 5 m^3 | <input type="checkbox"/> | 15 m^3 |
| <input type="checkbox"/> | 35 m^3 | <input type="checkbox"/> | 45 m^3 |

Konstruktion korrekturfreundlicher Aufgaben

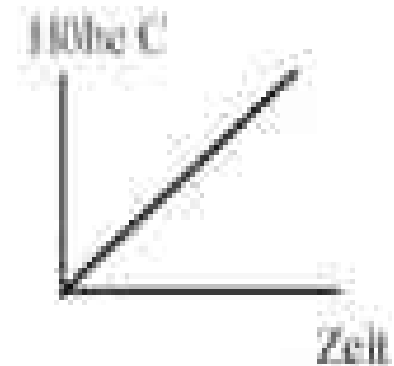
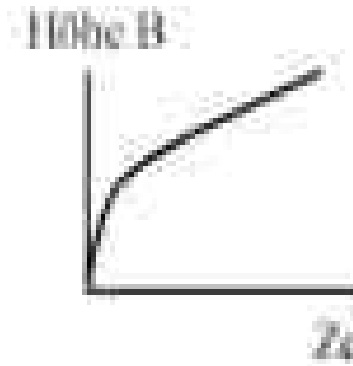
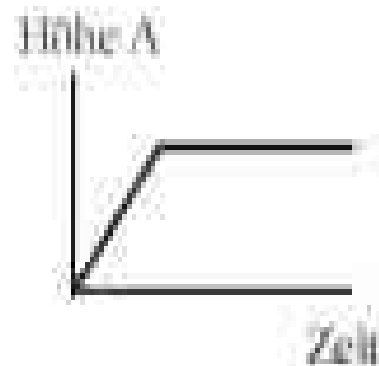
Beispiel 2

Repräsentant des Aufgabentyps in den 'Bildungs-“Standards“ im Fach Mathematik vom 4.12.2003, Teil 2:

b) Der spitze Teil des Tanks wird bis zu seiner halben Höhe mit Wasser gefüllt.
Wie viele Kubikmeter Wasser enthält der Tank?

c) Der leere Tank wird gleichmäßig mit Wasser gefüllt.

Welcher der folgenden Graphen zeigt, wie sich die Höhe des Wasserspiegels mit der Zeit ändert? Begründen Sie Ihre Entscheidung.



Repräsentant des Aufgabentyps in den 'Bildungs-“Standards“ im Fach Mathematik vom 4.12.2003, Diskussion:

Dieses Beispiel entfachte heiße Diskussionen

- Ich kann für die Abschätzung doch nicht nur entweder 0 oder 5 Punkte geben!
- Das schreiben die Schüler doch noch beim Einsammeln voneinander ab!
- Die Schüler müssen doch die Rechnung vollständig aufschreiben!
- Ich muß doch wissen, wie die Schüler zu ihrem Ergebnis gekommen sind!

Erst nach einiger Zeit war es möglich, mit Hinweis auf [Seite 12](#) und auf das Aufgabenbeispiel 14 der KMK Bildungs-“Standards“ das Problem rationaler zu betrachten. Als Beispiel diene der Bau einer Brücke:

1. Wer über die Brücke fährt, interessiert sich nicht dafür, auf was Papier die Konstruktionszeichnungen erstellt worden sind. Wichtig ist nur, dass die Brücke ohne Gefahr befahren werden kann.

2. Große Brücken entstehen durch das Zusammenwirken vieler Spezialisten: Architekten, Statiker, Betonwerker, Ehe ich zur fertigen Brücke komme, müssen viele unterschiedliche Anforderungen erfüllt werden.

Entsprechend setzt die Fähigkeit zum Lösen komplexer Aufgaben verschiedenartige, voneinander unabhängige Qualifikationen voraus, von denen jede einzelne notwendig, keine für sich allein jedoch hinreichend ist. Wenn diese Qualifikationen einzeln mit gezielten Aufgaben überprüft werden, so vereinfacht dies nicht nur die Korrektur, sondern hilft auch sehr viel zuverlässiger, schneller und bequemer bei der Diagnose individueller Defizite als die Korrektur einer herkömmlichen Klassenarbeit.

Konstruktion korrekturfreundlicher Aufgaben

Themenvorschläge zur Umarbeitung in korrekturfreundliche Formulierungen

Grundschule: Klecksaufgaben ([Seite 26](#))

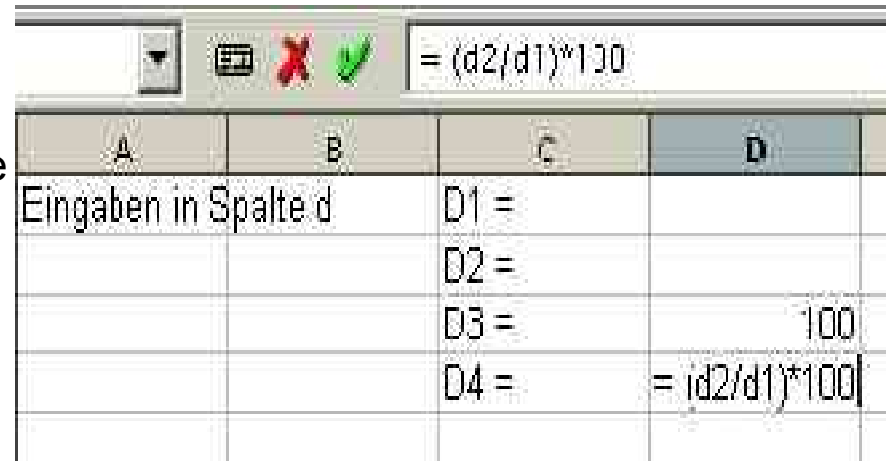
5/6: Schreibe als Term:
„Addiere 2 654 und 1 346! Multipliziere dann die Summe mit 1 000!“

7/8: Prozentrechnen
Von Montag bis Donnerstag fällt der Kurs einer Aktie täglich um 5 %; am Freitag steigt die Aktie um 20 %. Um wie viel Prozent hat sich der Kurs von Montagmorgen bis Freitagabend geändert?

7/8: Geometrie
[„0815- Aufgabe“](#)

9/10: „Wassertankaufgaben“

9/10: Zuordnung einfacher Tabellenkalkulationsvorlagen zu Aufgaben, die damit lösbar sind:
„Wieviel Prozent sind ...“



A	B	C	D
Eingaben in Spalte d		D1 =	
		D2 =	
		D3 =	100
		D4 =	= (d2/d1)*100

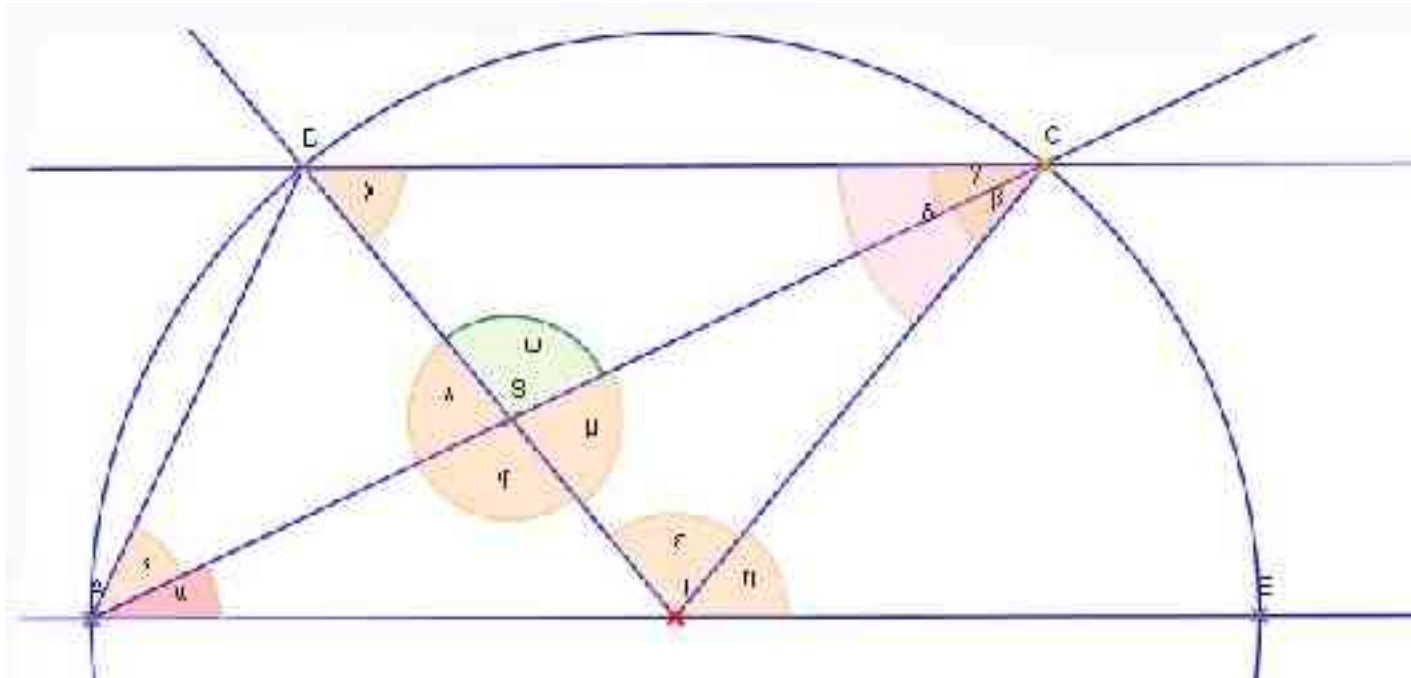
12/13: Kurvendiskussion
„Für welche Werte von a, b und c besitzt das Schaubild von $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ einen Hochpunkt?“

An diesen Themen haben wir arbeitsteilig weitergearbeitet. Weil wir zu lang diskutiert hatten, sind wir zu keinen fertigen Ergebnissen gekommen

Konstruktion korrekturfreundlicher Aufgaben

Aus der „08-15-Aufgabe“ von Herrn Großmann

http://www.users.odn.de/~odn22355/formelapplet/geo/geo7_0815_1.html



C und D liegen auf dem Halbkreis über der Strecke AE. CD ist parallel zu AE.
Gibt es eine Beziehung zwischen den Winkeln alpha und omega? Begründung?

Kann man eine solche Aufgabe korrekturfreundlich stellen, ohne Ergebnisse vorwegzunehmen?

Konstruktion korrekturfreundlicher Aufgaben

Beispiele für Klecksaufgaben

aus www.matheprisma.uni-wuppertal.de

The image shows three examples of math problems presented on a grid interface. Each example includes a number keypad at the bottom and a 'Richtig!' (Correct!) button on the left side of the grid.

Example 1: A vertical addition problem. The first number is 3442, and the second is 2418. The sum is 5860. The digits 3, 4, 4, 2, 2, 4, 1, 8, 5, 8, 6, 0 are highlighted in yellow.

$$\begin{array}{r} 3442 \\ + 2418 \\ \hline 5860 \end{array}$$

Example 2: A vertical addition problem. The first number is 350, and the second is 2. The sum is 846. The digits 3, 5, 0, 2, 8, 4, 6 are highlighted in yellow.

$$\begin{array}{r} 350 \\ + 2 \\ \hline 846 \end{array}$$

Example 3: A vertical addition problem. The first number is 99, and the second is 64. The sum is 127. The digits 9, 9, 6, 4, 1, 2, 7 are highlighted in yellow.

$$\begin{array}{r} 99 \\ + 64 \\ \hline 127 \end{array}$$

Konstruktion korrekturfreundlicher Aufgaben

Zusammenfassung

Klassenarbeiten und ihre Korrektur sind in der heutigen Schulorganisation ein zeitaufwändiger und anstrengender Teil der Lehrerarbeit.

Investitionen in diesen Bereich können die Arbeit des Lehrers erleichtern und zudem andere Lernorganisationen ermöglichen.

Im [Portal für Lehrkräfte](#) des Sites www.bildungsstandards.de wird eine Plattform angeboten, um nach dem Vorbild der open-source-Methode bei LINUX in einer gemeinsamen Arbeit rasch zu Ergebnissen einer Schulreform von unten zu kommen.