

Fritz Nestle

Konstruktion korrekturfreundlicher Aufgaben

Workshop

GDM-Tagung 2004 in Augsburg

5.3.2004

Fritz Nestle

Konstruktion korrekturfreundlicher Aufgaben

Die Ankündigung

Fritz Nestle, Ulm (vormals Pädagogische Hochschule)

Konstruktion korrekturgünstiger Aufgaben

Rund 10 % seiner Arbeitszeit widmet der Mathematiklehrer der Lernerfolgskontrolle mit Klassenarbeiten (in Bayern: Schulaufgaben). Die Korrektur ist manchmal nervenaufreibend. Erfahrungen aus den Sechzigerjahren in großen Klassen (über 50 Schüler) können Zeit sparen und Nerven schonen.

Nach einer kurzen Einführung wählen wir nach Wunsch der Teilnehmer Themen zwischen Klasse 2 und Klasse 13, für die wir eine zielgerichtete und korrekturgünstige Lernerfolgskontrolle entwickeln, die wir schon ab der 2. Märzwoche in der entsprechenden Klasse ausprobieren können. Bringen Sie, wenn es geht, ein Notebook mit."

Mittlere Korrekturzeit für eine Klassenarbeit

Konstruktion korrekturfreundlicher Aufgaben

Mittlere Korrekturzeit für eine Klassenarbeit

weniger als 1 Minute

1 bis 2 Minuten

2 bis 5 Minuten

5 bis 10 Minuten

10 bis 15 Minuten

15 bis 20 Minuten

mehr als 20 Minuten

Es handelt sich um rund

60 000 Einzelvorgänge

im Lauf eines Lehrerlebens

(40 Schuljahre, 50 Klassenarbeiten pro Schuljahr, 30 Schüler pro Klassenarbeit)

Beispiel einer klassischen Klassenarbeit

(5. Schuljahr 1970/71; Großstadtklasse, Hauptschule; 19.11.1970)

- 1.) Schreibe in römischen Ziffern 936, 1 312, 989!
- 2.) Schreibe in arabischen Ziffern MCDLXXIV, MCCXLI!
- 3.) Addiere 2 654 und 1 346! Multipliziere dann die Summe mit 1 000!
- 4.) Bauer Mäckler verkauft ein Rind zu 1 678 DM und acht Ferkel zu je 67 DM. Vom Erlös kauft er einen Häcksler. 136 DM behält er übrig. Was kostet die Maschine?
- 5.) Ein Händler kauft zwei teure und drei billige Fahrräder für zusammen 694 DM. Was kostet eines der billigen Fahrräder, wenn ein teures Fahrrad 158 DM kostet?

Siehe auch

www.ph-ludwigsburg.de/mathematik/personal/nestle/alternativen/kap1.htm#16

Beispiel einer klassischen Klassenarbeit

(5. Schuljahr 1970/71; Großstadtklasse, Hauptschule; 19.11.1970)

- 1.) Schreibe in römischen Ziffern 936, 1 312, 989!
- 2.) Schreibe in arabischen Ziffern MCDLXXIV, MCCXLI!
- 3.) Addiere 2 654 und 1 346! Multipliziere dann die Summe mit 1 000!
- 4.) Bauer Mäckler verkauft ein Rind zu 1 678 DM und acht Ferkel zu je 67 DM Vom Erlös kauft er einen Häcksler. 136 DM behält er übrig.
Was kostet die Maschine?
- 5.) Ein Händler kauft zwei teure und drei billige Fahrräder für zusammen 694 DM. Was kostet eines der billigen Fahrräder, wenn ein teures Fahrrad 158 DM kostet?

Wie wird die Bearbeitung durch Schüler aussehen?

Konstruktion korrekturfreundlicher Aufgaben

13.12.20

Ma 4 (Ba)

D Schreibe in Röm. Ziffern

1.)

$$936 = CMXXXVI$$

$$1312 = ~~M~~ CCCXII$$

$$389 = CXXXLXXXIX$$

2.)

Schreibe in arabischen Ziffern

$$MCDLXXIV = 1586$$

$$MCCXLI = 1264$$

3.)

$$\begin{array}{r} 2654 \quad \text{Ergebnis: Das ist 1000er} \\ + 1346 \quad \text{Teil ist 4000} \\ \hline 4000 \end{array}$$

4.)

$$\begin{array}{r} \text{Er verkauft 1 Liter zu } 1678 \text{ DM} \\ \text{und 8 Ferkel zu je 5 DM} \\ \hline \hline 2214 \text{ DM} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2214 \text{ DM} \\ \text{Er hat } 536 \\ \hline 1678 \text{ DM} \\ \hline 2078 \text{ DM} \end{array}$$

Ergebnis: er muss ^{moch} bezahlen
2078 DM

Konstruktion korrekturfreundlicher Aufgaben

13.12.20

Mat. 4 (Rn.)

B Schreibe in Röm. Ziffern

1.)

$$936 = CMXXXVI$$

$$1312 = ~~M~~ CCCXII$$

$$589 = ~~CX~~ LXXXIX$$

2.)

Schreibe in arabischen Ziffern

$$MCDLXXIV = 1586$$

$$MCCXLI = 1261$$

3.)

$$\begin{array}{r} 2654 \\ + 1346 \\ \hline 4000 \end{array}$$

Ergebnis: Das 1000er
Teil ist 4000

4.)

Er verkauft 4 Rindvieh zu 1678 DM
und 8 Ferkel zu je 5 DM

$$\begin{array}{r} 1678 \text{ DM} \\ + 40 \text{ DM} \\ \hline 1718 \text{ DM} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1718 \\ + 360 \\ \hline 2078 \end{array}$$

Er hat 2078 DM

Er hat 2214 DM
1036 138 DM
2078 DM

Ergebnis: Er muß noch beachten
2078 DM

Was sollen wir bewerten?

Konstruktion korrekturfreundlicher Aufgaben

5.)

5 Fahrräder zu je	694 DM
1 gutes Fahrrad kostet	158 DM
2 gute Fahrräder kosten	315 DM
1 schlechteres kostet	2 DM

$$315 \text{ DM} : 3 = 105 \text{ DM}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline 3 \cdot 15 \\ \hline 45 \\ \hline 44 \\ \hline \end{array}$$

Ergebnis: 1 schlechteres Rad
kostet 105 DM

Konstruktion korrekturfreundlicher Aufgaben

5,

5 Fahrräder zu je	694 DM
1 gutes Fahrrad kostet	158 DM
2 gute Fahrräder kosten	315 DM
1 schlechteres kostet	2 DM

$$378 \text{ DM} : 3 = 126 \text{ DM}$$

$$315 \text{ DM} : 3 = 105 \text{ DM}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline 3 \overline{) 15} \\ \underline{15} \\ 0 \end{array}$$

Was sollen wir bewerten?

Ergebnis: 1 schlechteres Rad
kostet 105 DM.

Was sollen wir bewerten?

Orthographie

Sachtext

Zahlenrechnung

Richtiger Ansatz, unvollständige Rechnung:

Übersichtliche Darstellung

...

Farkel, Fahrräder, ...

5 Fahrräder zu je 694 DM, ...

$694 - 316 = 315, \dots$

Der 1000 sten Teil ist ...

Was sollen wir bewerten?

Orthographie

Sachtext

Zahlenrechnung

Richtiger Ansatz, unvollständige Rechnung:

Übersichtliche Darstellung

...

Farkel, Fahrräder, ...

5 Fahrräder zu je 694 DM, ...

694 - 316 = 315, ...

Der 1000 sten Teil ist ...

Ansätze für Korrekturfreundlichkeit (und diagnostische Hinweise):

Vorgabe des Layouts („prova preplanejada“)

Trennung der Anforderungen in

Gedächtnisleistungen

Formelauswahl

Zahlenrechnungen

Übersetzungsprobleme

Textanalyse

...

Formeln, Regeln, Sätze, ...

aus Formelsammlung ?

Grundrechnungsarten, Termberechnung, ...

Text --> Term

Konstruktion korrekturfreundlicher Aufgaben

Klassische Formulierung

- 1.) Schreibe in römischen Ziffern 936, 1 312, 989!
- 2.) Schreibe in arabischen Ziffern MCDLXXIV, MCCXLI!

Alternative 1 zu den Aufgaben 1 und 2

...

Wie schreibt man die Zahl MCDLXXIV mit arabischen Ziffern:

- a) 1676
- b) 1434
- c) 1134
- d) 1474

Kreuze an!

Primitiv, hoher Platzbedarf

Konstruktion korrekturfreundlicher Aufgaben

Klassische Formulierung

- 1.) Schreibe in römischen Ziffern 936, 1 312, 989!
- 2.) Schreibe in arabischen Ziffern MCDLXXIV, MCCXLI!

Alternative 2 zu den Aufgaben 1 und 2

Ergänze die fehlende Schreibweise

arabisch	römisch
936	
1 312	
989	
	MCDLXXIV
	MCCXLI

Konstruktion korrekturfreundlicher Aufgaben

Klassische Formulierung

1.) Schreibe in römischen Ziffern 936, 1 312, 989!

2.) Schreibe in arabischen Ziffern MCDLXXIV, MCCXLI!

Alternative 3 zu den Aufgaben 1 und 2

Ergänze die fehlende Schreibweise

arabisch	936	1 312	989
römisch	MCDLXXIV	MCCXLI	

Platzbedarf am geringsten

Praxis der Klassenarbeiten (Schulaufgaben)

Praxis der Klassenarbeiten (Schulaufgaben)

Formal

Klassenarbeiten werden in ein Klassenarbeitsheft eingetragen

Klassenarbeiten werden auf lose Papierbogen geschrieben

Klassenarbeiten werden auf vorstrukturiertem Blatt geschrieben

Aufgaben werden

- diktiert

- an die Tafel geschrieben

- auf Kopie ausgegeben

...

Praxis der Klassenarbeiten (Schulaufgaben)

Vorgehen

Rückgriff auf frühere Klassenarbeiten zum Thema

Rückgriff auf Übungsaufgaben des Schulbuchs

Rückgriff auf Aufgabensammlungen

Selbständige Konstruktion von Aufgaben

Kooperation mit Kollegen der gleichen Stufe

...

Praxis der Klassenarbeiten (Schulaufgaben)

Gesichtspunkte bei der Zusammenstellung

Zeitaufwand für das Entwerfen

Angemessenheit der Anforderungen

Aufgaben

- gleicher Schwierigkeit

- verschiedener Schwierigkeitsstufen

- offene Aufgaben

- bewertungsfreundlich

Zeitaufwand für Korrektur

...

Praxis der Klassenarbeiten (Schulaufgaben)

Bedingungen

Taschenrechner
erlaubt

nicht erlaubt

Formelsammlung
erlaubt

nicht erlaubt

Zeitvorgabe
weniger als 45 Minuten

45 Minuten

mehr als 45 Minuten

Mehrere Gruppen
ja

nein

...

Konstruktion korrekturfreundlicher Aufgaben

Aufgabentyp, der seit 1986 mehrfach bei der „zentralen Klassenarbeit“ in Baden-Württemberg (Gymnasium) zu bearbeiten war und als Aufgabenbeispiel 14 bei den KMK-“Standards“ aufgeführt ist:

Man nehme

- einen Zylinder
- einen Kegel
- Volumina
- Etwas Prozentrechnung
- einige Zahlenwerte mit 2 bis 3 geltenden Ziffern für Längen- und Volumangaben

Zylinder und Kegel sowie Teilkörper, die durch Schnitt mit einer zur Grundfläche parallelen Ebene entstehen, werden geeignet zueinander in räumliche Beziehung gesetzt. Sofern möglich, beschreibe man die Beziehung anhand eines Objekts aus der Umwelt und lasse gegebenenfalls die Beziehung skizzieren. Dabei entstehen Teilvolumina. Ausgewählte Teilvolumina sollen absolut in einer passenden Maßeinheit oder prozentual in Bezug auf ein anderes Teilvolumen berechnet werden. Dazu kann man vorhandenes Wissen nehmen oder solches in einer Formelsammlung zur Verfügung stellen. Wer will, kann auch funktionale Abhängigkeiten zwischen Volumina und geeigneten Längenangaben ins Spiel bringen.

Man übergebe die Zusammenstellung auf einem Blatt Papier oder diktiere sie Schülern ins Heft und lasse letztere damit je nach Temperatur 15 bis 45 Minuten garen.

Konstruktion korrekturfreundlicher Aufgaben

Repräsentant des Aufgabentyps der „zentralen Klassenarbeit“ in Baden-Württemberg (Gymnasium) im Nachtermin 2003:

Ein oben offener, zylinderförmiger Becher hat einen Innendurchmesser von 8,6 cm und eine Höhe von 11,7 cm. Es werden 440 cm^3 Wasser in den Becher gegossen.

a) Wie hoch steht das Wasser im Gefäß?
Zu wieviel Prozent ist es gefüllt?

b) Ein senkrechter Kreiskegel besitzt den Grundkreisradius 4,3 cm und die Höhe 11,7 cm. Er wird mit seiner Spitze senkrecht nach unten so weit in den Becher getaucht, bis die Spitze den Boden des Bechers berührt.
Läuft dabei Wasser über?

c) Der Kegel aus Teilaufgabe b) wird nun mit seiner Spitze senkrecht nach oben so weit in den Becher getaucht, dass der Kegel bis zu seiner halben Höhe von Wasser umgeben ist.
Um wie viel steigt dabei das Wasser im Becher an?

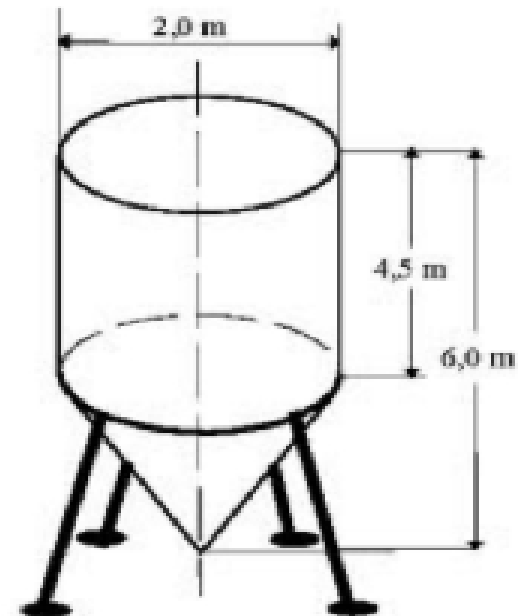
Konstruktion korrekturfreundlicher Aufgaben

Repräsentant des Aufgabentyps in den 'Bildungs-“Standards“ im Fach Mathematik vom 4.12.2003, Teil 1:

(14) Wassertank

Aufgabenstellung

In der nebenstehenden Abbildung ist ein Wassertank dargestellt.
(Abbildung nicht maßstabgerecht)



a) Überschlagen Sie das Gesamtvolumen des Tanks und kreuzen Sie an.

- | | | | |
|--------------------------|------------------|--------------------------|------------------|
| <input type="checkbox"/> | 5 m^3 | <input type="checkbox"/> | 15 m^3 |
| <input type="checkbox"/> | 35 m^3 | <input type="checkbox"/> | 45 m^3 |

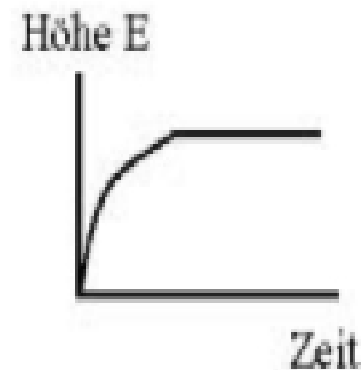
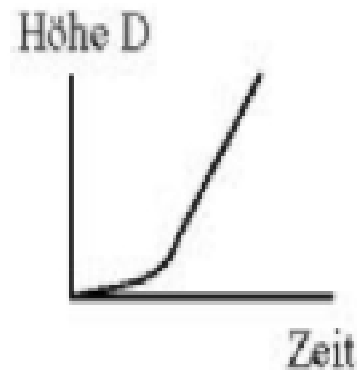
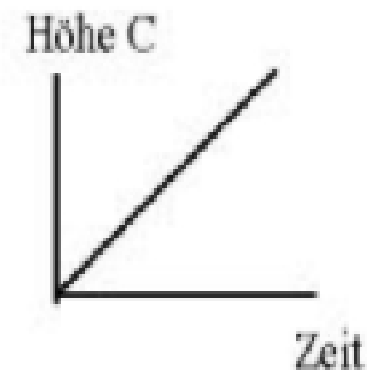
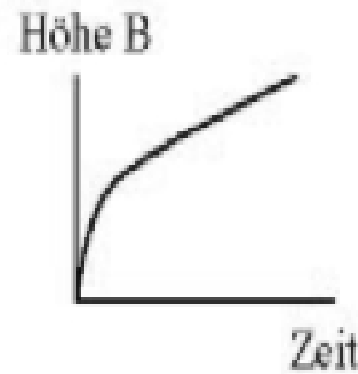
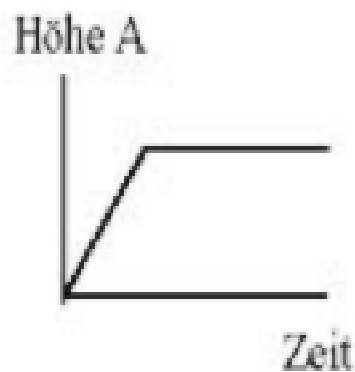
b) Der spitze Teil des Tanks wird bis zu seiner halben Höhe mit Wasser gefüllt.
Wie viele Kubikmeter Wasser enthält der Tank?

Konstruktion korrekturfreundlicher Aufgaben

Repräsentant des Aufgabentyps in den 'Bildungs-“Standards“ im Fach Mathematik vom 4.12.2003, Teil 2:

c) Der leere Tank wird gleichmäßig mit Wasser gefüllt.

Welcher der folgenden Graphen zeigt, wie sich die Höhe des Wasserspiegels mit der Zeit ändert? Begründen Sie Ihre Entscheidung.



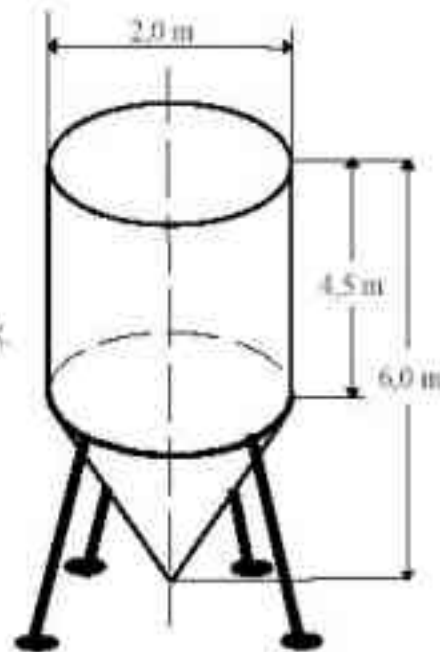
Konstruktion korrekturfreundlicher Aufgaben

Repräsentant des Aufgabentyps in den 'Bildungs-“Standards“ im Fach Mathematik vom 4.12.2003, bearbeitet für den Bildschirm, Teil 1:

Eine Primitivbearbeitung für das Internet

Aufgabe

Die Skizze zeigt einen Wassertank.



a) Wie groß ist das Tankvolumen näherungsweise

4,5 m ³	1 600 Liter	16 m ³	33 m ³	45 m ³	3 300 Liter
<u>A</u>	<u>B</u>	<u>C</u>	<u>D</u>	<u>E</u>	<u>F</u>

Alternative zu (a): Schätzen Sie das Tankvolumen mit 2 geltenden Ziffern in Litern und Kubikmetern; geben Sie bitte die Zahlen so ein wie in der oben stehenden Tabelle:

Volumen in Litern , Volumen in Kubikmetern m³

Konstruktion korrekturfreundlicher Aufgaben

Repräsentant des Aufgabentyps in den 'Bildungs-“Standards“ im Fach Mathematik vom 4.12.2003, bearbeitet für den Bildschirm, Teil 2:

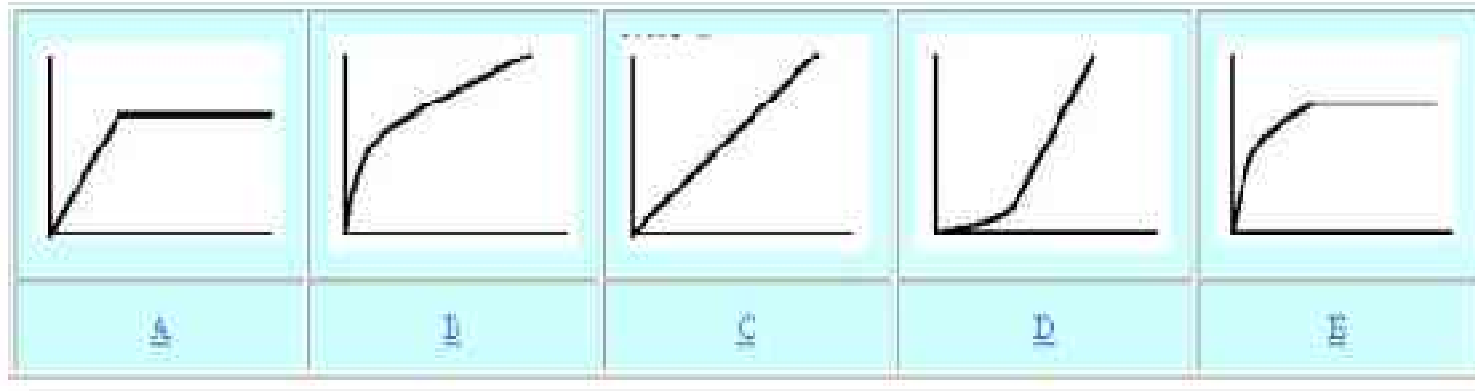
b) Der kegelförmige Teil des Tanks wird bis zu seiner halben Höhe mit Wasser gefüllt.

Der Wasservolumen des Tanks beläuft sich dann auf

Volumen in Kubikmeter

(Sie erhalten die richtige Einwertung pro Feld, wenn Sie alle drei Felder (3 Felder wobei oben) ausgefüllt haben, am Ende dieser Seite Ihre Einzelwerte eingeben und auf "Erneuern" klicken.)

c) Der (leere) Tank wird mit konstantem Zufluss gefüllt. Welcher der folgenden Graphen zeigt die Füllhöhe (senkrechte Achse) in Abhängigkeit von der Zeit (waagrechte Achse)?



(Auf die Schreile sind die Bilder aus den KMK-“Standards“ übernommen worden; Maßstab, Auswahl und Exaktheit der Funktionen könnten verbessert werden.)



Themenvorschläge

Konstruktion korrekturfreundlicher Aufgaben

Themenvorschläge

Grundschule: Klecksaufgaben

5/6: Schreibe als Term:
„Addiere 2 654 und 1 346! Multipliziere dann die Summe mit 1 000!“

7/8: Prozentrechnen
Von Montag bis Donnerstag fällt der Kurs einer Aktie täglich um 5 %; am Freitag steigt die Aktie um 20 %. Um wie viel Prozent hat sich der Kurs von Montagmorgen bis Freitagabend geändert?

7/8: Geometrie
„0815-Aufgabe“

9/10: „Wassertankaufgaben“

12/13: Kurvendiskussion
„Für welche Werte von a, b und c besitzt das Schaubild von $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ einen Hochpunkt?“

